TP1 : Minimisation d'une application linéaire sous contraintes

Résoudre les exercices suivants en utilisant la fonction **karmarkar** de Scilab.

Cette fonction implémente un algorithme pour de **programmation linéaire**, i.e. la recherche du minimum d'une fonction linéaire sous des contraintes affines, proposé par une mathématicien indien Narendra Karmarkar en 1984. Avant d'attaquer les exercices, prenez le temps de lire l'article d'aide de **scilab** consacré à la fonction `karmarkar` (`help karmarkar`).

Exercice 1 : Minimiser la fonction :

$$f(x,y) = -2x + y$$

soumis aux contraintes

$$\begin{aligned} 2x+3y &\geq 6 \\ -x+y &\leq 3 \\ x &\leq 2 \\ x &\geq 0, \quad y \geq 0 \end{aligned}$$

Exercice 2 : Un bûcheron a 100 hectares de bois de feuillus. Couper un hectare de bois et laisser la zone se régénérer naturellement coûte 10 k\$ par hectares, et rapporte 50 k\$. Alternativement, couper un hectare de bois, et replanter avec des pins coûte 50 k\$ par hectares, et rapporte à terme 120 k\$. Sachant que le bûcheron n'a que 4000 k\$ en caisse au début de l'opération, déterminer la meilleure stratégie à adopter et le profit escomptable.

Exercice 3 : Une entreprise doit transporter du beurre de cacahuète entre trois dépôts $D1$, $D2$ et $D3$ et trois magasins $M1$, $M2$ et $M3$. Chaque dépôt a une quantité limitée de marchandise, chaque destination une demande, et le coût unitaire pour transporter un camion de beurre de cacahuète varie suivant le dépôt et le magasin. On résume tout dans le tableau ci-dessous (la dernière colonne représente le coût unitaire) :

Dépôt	Quantité disponible	Magasin	Demande		$M1$	$M2$	$M3$
$D1$	35	$M1$	45	$D1$	5	10	10
$D2$	40	$M2$	50	$D2$	20	30	20
$D3$	40	$M3$	15	$D3$	5	8	12

Quel est le coût minimum pour l'entreprise ?

Exercice 4 :

1. Trois machines $M1$, $M2$ et $M3$ peuvent produire chacune deux types de pièces $P1$ et $P2$. Les temps de fabrication d'un pièce Pi sur la machine Mj sont donnés dans le tableau :

	$M1$	$M2$	$M3$
$P1$	3h	4h	4h
$P2$	4h	6h	5h

   On veut fabriquer au moindre coût 6 pièces de type $P1$ et 8 pièces de type $P2$. La machine $M1$ est disponible 15 heures, la machines $M2$ 25 heures et la machines $M3$ 35 heures. Le coût horaire de $M1$ est 7, celui de $M2$ est 5 et celui de $M3$ est 6.

2. La solution donnée par **karmarkar** sera irréaliste, car elle est en nombres non entiers et donc elle préconise de partager la fabrication d'une pièce par plusieurs machines ce qui entraîne logiquement des coûts supplémentaires. Comment trouver la stratégie optimale sous la contrainte complémentaire qu'on doit fabriquer un nombre entier de pièces Pi sur la machine Mj ?