
Fiche d'exercices n°6 : groupes

Exercice 1 : Soit $(G, *)$ un groupe. Soient x, y, z trois éléments de G , montrer que :

$$(x * y = x * z \Rightarrow y = z) \quad \text{et que} \quad (y * x = z * x \Rightarrow y = z).$$

On dit que x est un élément régulier. Dans un groupe tout élément est régulier.

Exercice 2 : Sur $E =]-1, 1[$, on définit la loi $*$ par :

$$x * y = \frac{x + y}{1 + xy}.$$

Montrer que $(E, *)$ est un groupe abélien.

Exercice 3 : Sur $E = \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$, on définit la loi $*$ par :

$$(x, y) * (x', y') = (xx', yx' + y').$$

Montrer que $(E, *)$ est un groupe. Est-il abélien ?