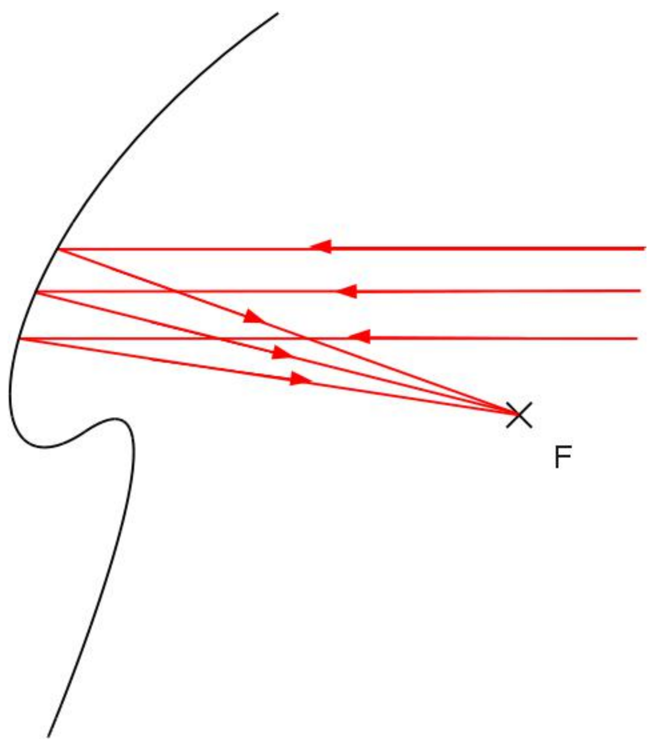
Activité
Maths-Physique :
La parabole

I Problème

L'objectif va être de construire un "objet réfléchissant" tel que des rayons lumineux parallèles incidents soient réfléchis vers un unique point F appelé le *foyer* de l'objet.

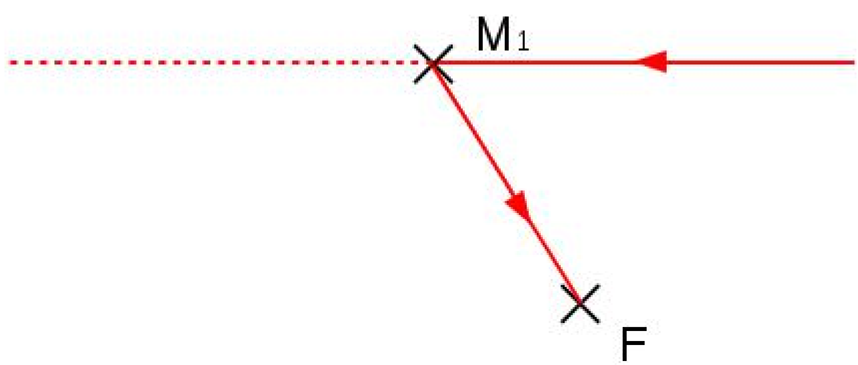


II Analyse

Supposons qu'il existe un tel objet curviligne.
Considérons alors M_1 un point de cet objet : le rayon réfléchi en M_1 arrive en F (*foyer*).

Rappel de la loi de la réflexion de Descartes :
Le rayon réfléchi est le symétrique du rayon incident par rapport à la normale à la surface réfléchissante.

1. Construire la tangente T_1 en M_1 à l'objet.
2. Tracer la droite Δ_1 perpendiculaire à T_1 passant par le foyer F.
3. Noter H_1 le point d'intersection de la droite Δ_1 et du rayon passant par M_1.



4. Montrer que $M_1H_1 = M_1F$:

5. On considère un rayon parallèle au dessus du premier, distant de $p = 1$cm. On appelle M_2 le point d'intersection de ce rayon avec T_1. Construire la tangente T_2 en M_2, puis le point H_2 correspondant. Renouveler le procédé plusieurs fois afin de construire les points H_3, H_4... Quelle forme reconnaît-on ?

III Synthèse

La construction précédente a été réalisée avec GeoGebra. On peut observer que si le pas p est suffisamment petit, alors les points H semblent s'aligner sur une droite perpendiculaire à la direction des rayons que l'on appellera par la suite *droite directrice*.

a) Droite directrice

L'idée, maintenant, va être de contruire un objet $\mathcal{P}$ lorsque H décrit la *droite directrice* $\mathcal{D}$:

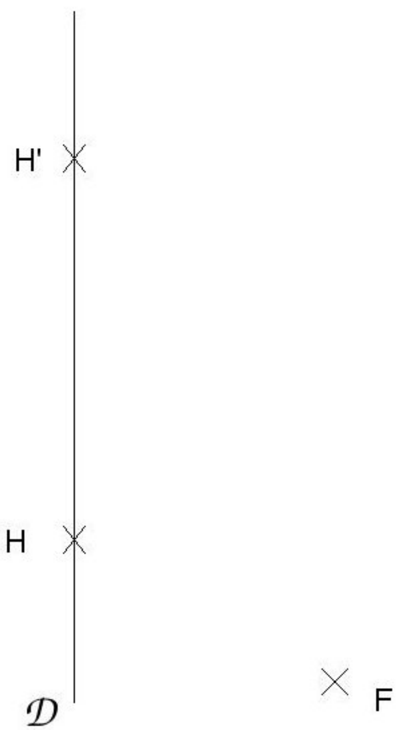
1. Tracer le rayon passant par H.
2. En notant I le milieu de $[HF]$, construire la médiatrice de $[HF]$.
3. En notant M l'intersection de ces deux droites, tracer la perpendiculaire d à (IM) passant par M.

4. Montrer que l'angle entre la droite d et le rayon est égal à l'angle entre d et (MF) et que MF=MH :

b) Tangente

Il ne reste plus qu'à montrer que (IM) est bien la tangente à cet objet $\mathcal{P}$:

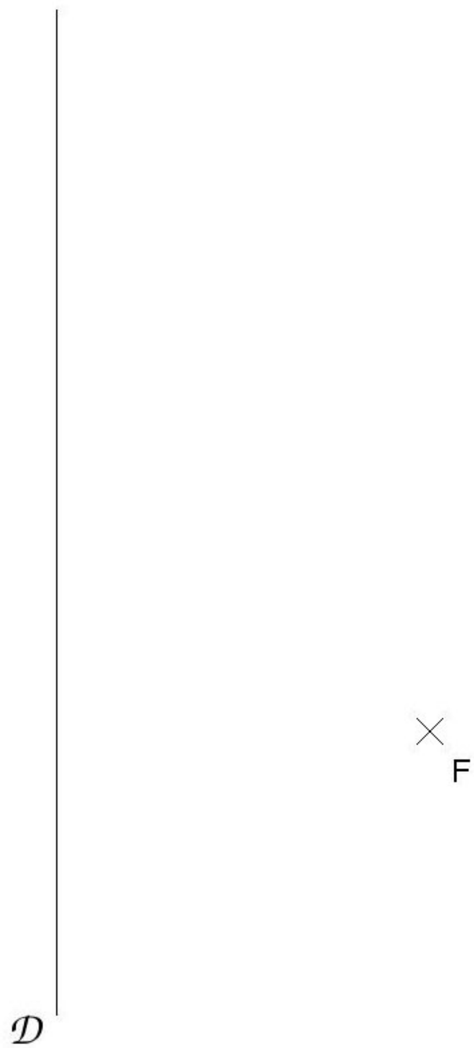
1. Construire M et M' associés à H et H' de la même manière que précédemment.
2. Tracer les cercles de centre M et M' passant par F.
   On note G le deuxième point d'intersection de ces deux cercles et K l'intersection de (FG) et $\mathcal{D}$.



On remarque tout d'abord que (FG) est perpendiculaire à (MM').
On constate, de plus, que lorsque H' tend vers H, M' tend vers M et K, G tendent vers H. Donc la tangente en M à l'objet $\mathcal{P}$ est orthogonale à (HF) et passe par M : c'est donc bien la médiatrice de $[FH]$.

IV Construction de l'objet

En utilisant le fait que $MH = MF$, proposer une méthode permettant de construire l'objet $\mathcal{P}$ à l'aide d'une règle, d'une équerre et d'un bout de ficelle :



V Question autour de la droite directrice

Une question que l'on peut se poser : Est-il légitime de choisir comme droite $\mathcal{D}$, où l'on fait vadrouiller le point H, une droite perpendiculaire aux rayons ? On remarque, grâce à l'étude analytique de ce problème, qu'il existe une unique solution continue passant par un point donné M, et que le fait de choisir comme droite directrice la perpendiculaire au rayon passant par le point H associé à M fournit une solution : on obtient donc celle qui est unique !

Mais que se passe-t-il si l'on choisit une autre droite par exemple ? ? ? ?