SONS & INSTRUMENTS

IREM – stage du 28 mars 2013

Plan

1. Caractéristiques des sons musicaux
2. Analyse harmonique
3. Accords
4. Pourquoi obtient-on des signaux périodiques ?
5. Réflexion de l’onde sur les extrémités de la corde
6. Analyse de Fourier
7. Ondes stationnaires
8. Conclusion … la boucle est bouclée

1. Caractéristiques des sons musicaux

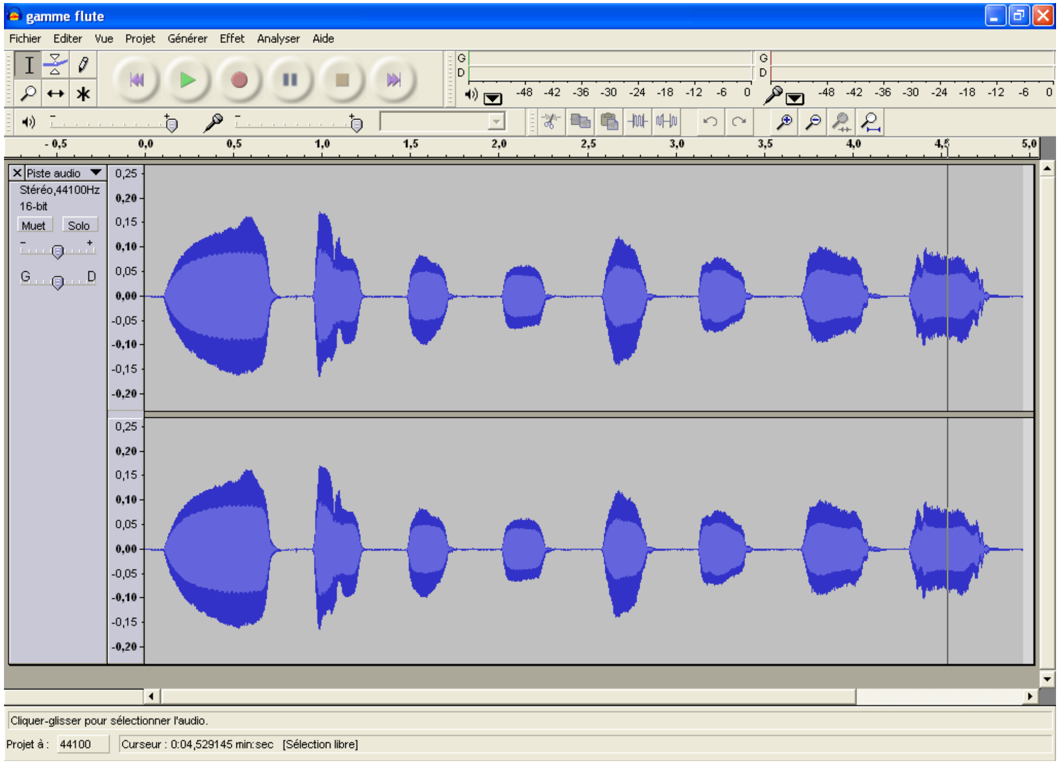
Matériel :

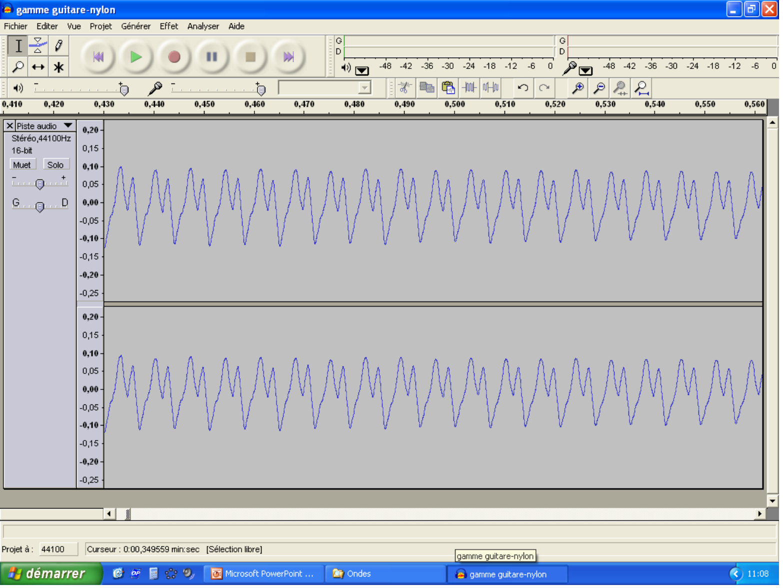
Instruments de musique divers : flûte, guitare, Ukulélé, diapason, accordeur digital…

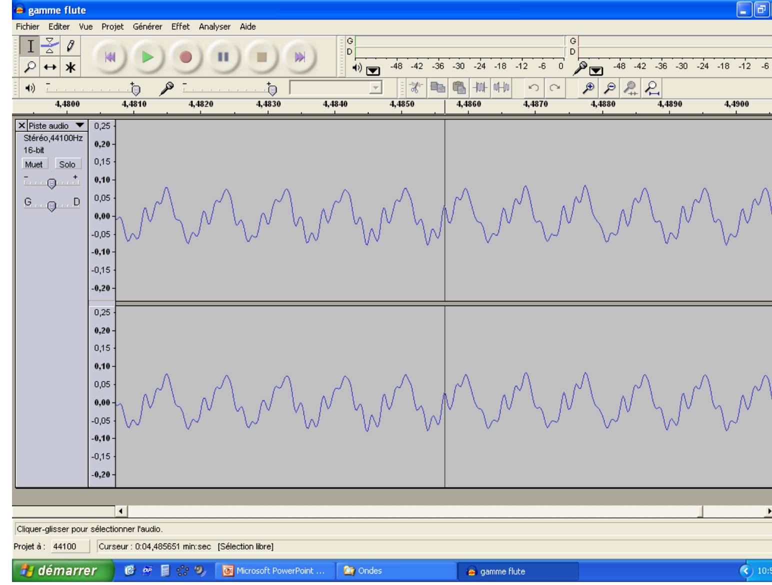
Microphone pas forcément sophistiqué, micro pour ordinateur suffit largement

Logiciel gratuit : Audacity

- Prise en main rapide
- Simple d'utilisation
- Bonne qualité d'enregistrement
- Possibilité de dilater l'axe des abscisses et des ordonnées
- Possibilité d'afficher le spectre d'un signal
- Possibilité de faire des mesures de périodes

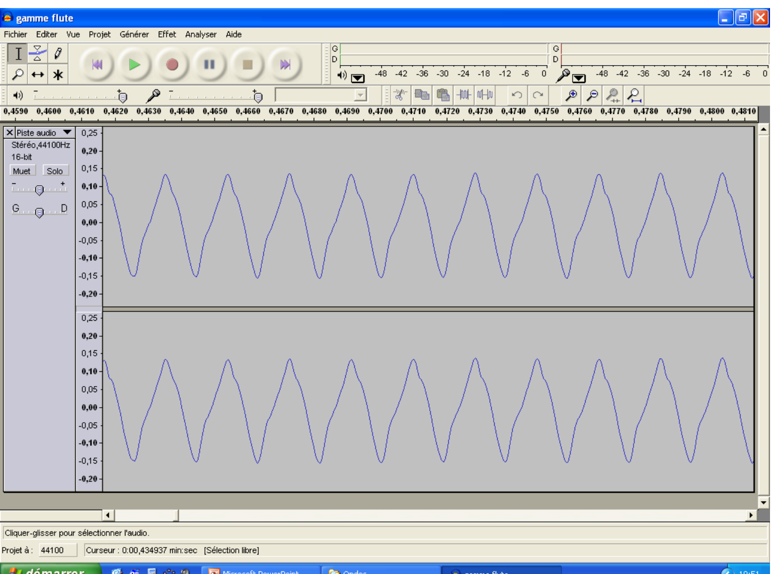






Observations :

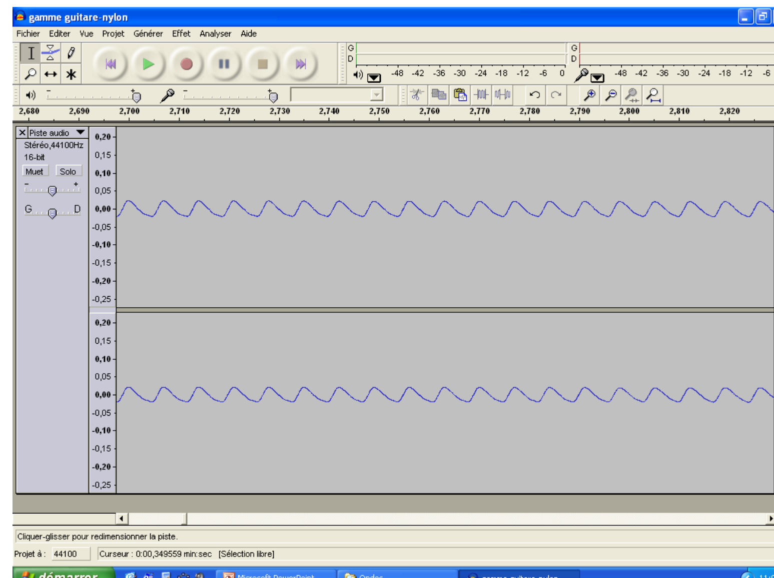
Tous les signaux enregistrés sont **périodiques** de forme (en général) complexe, non sinusoïdale.



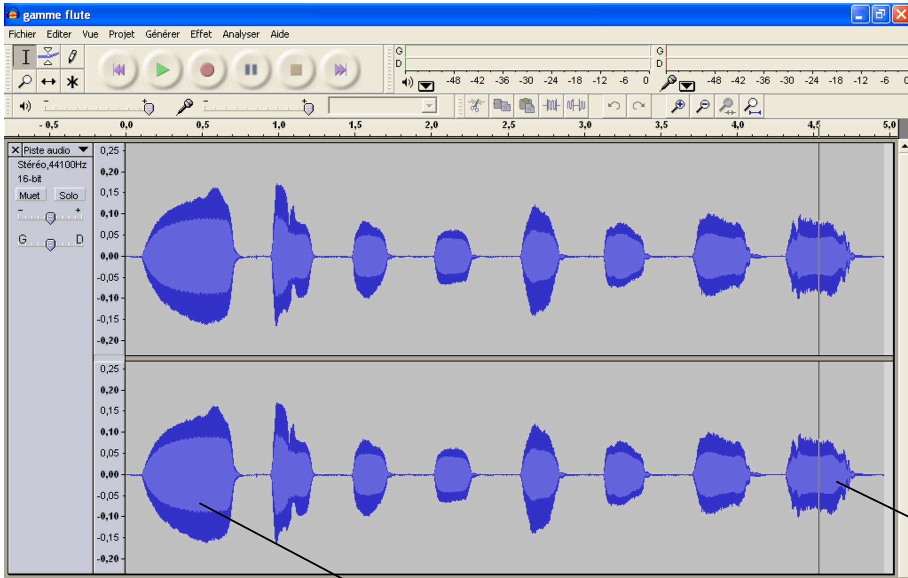
$$f = \frac{1}{T}$$

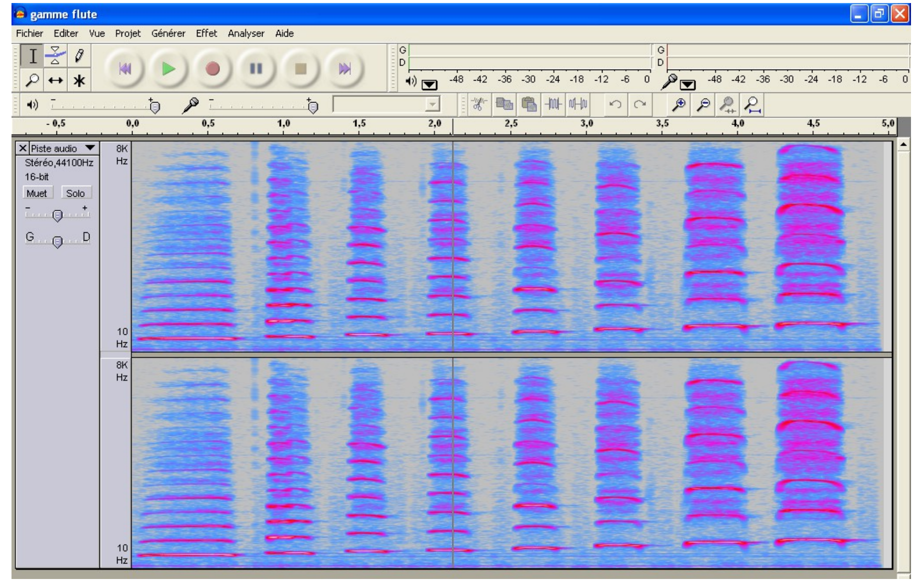
$$f\,(Hz)$$

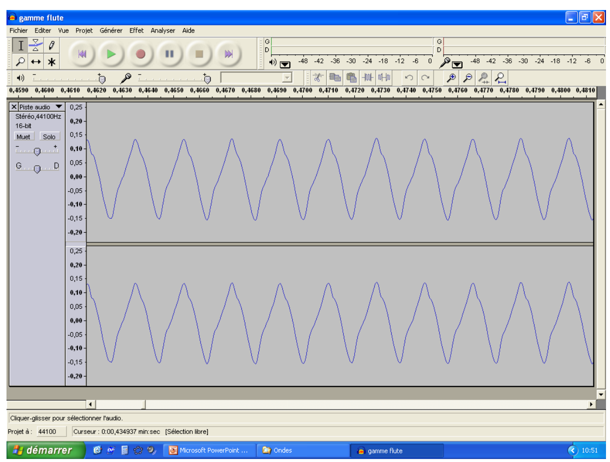
$$T\,(s)$$

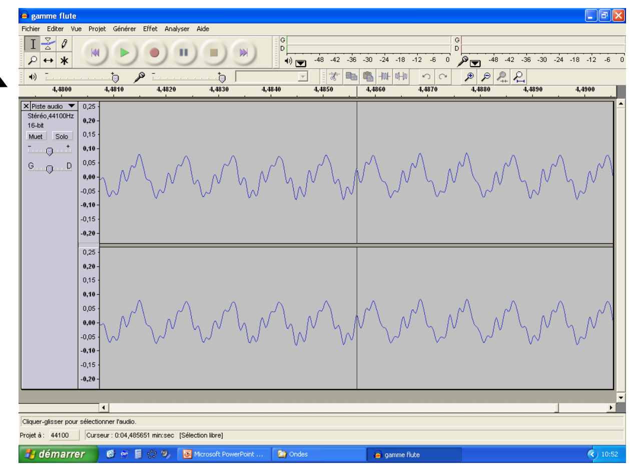


2. Analyse harmonique



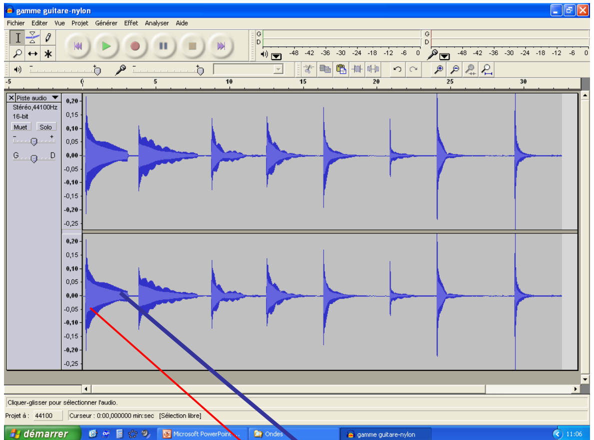


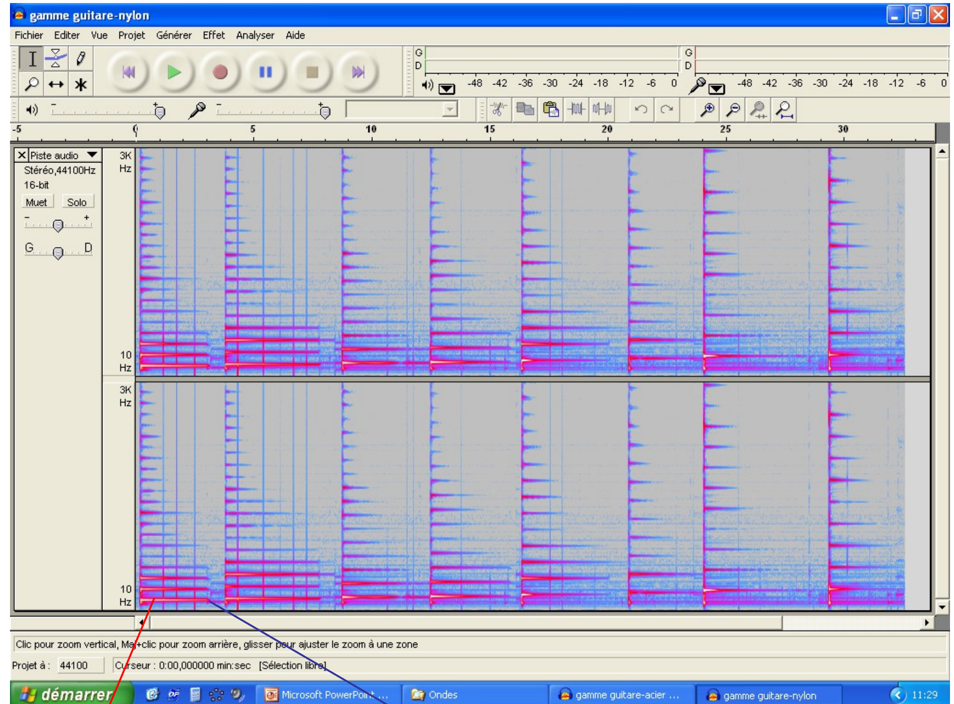




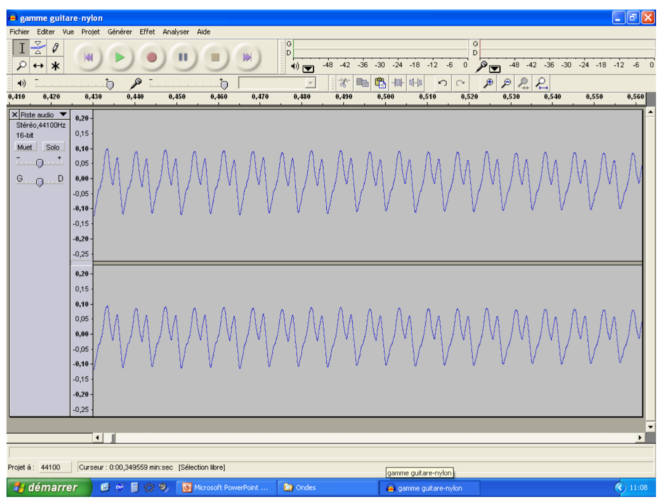
Pour un même instrument, une flûte ici, la forme de la période peut varier en fonction de la façon de jouer par exemple.

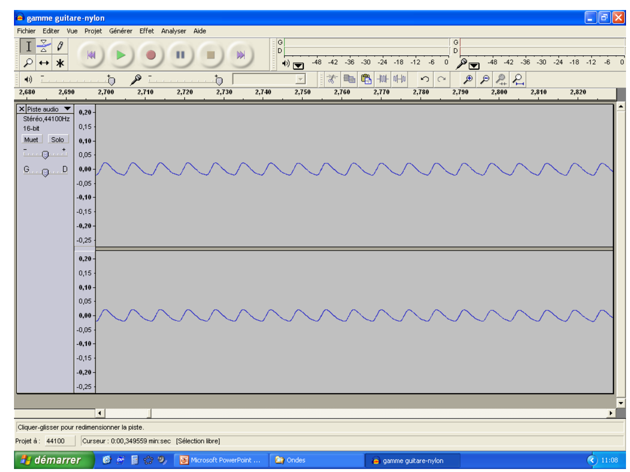
Il semblerait qu'il y ait un lien entre les fréquences affichées dans le spectre et la forme du signal …

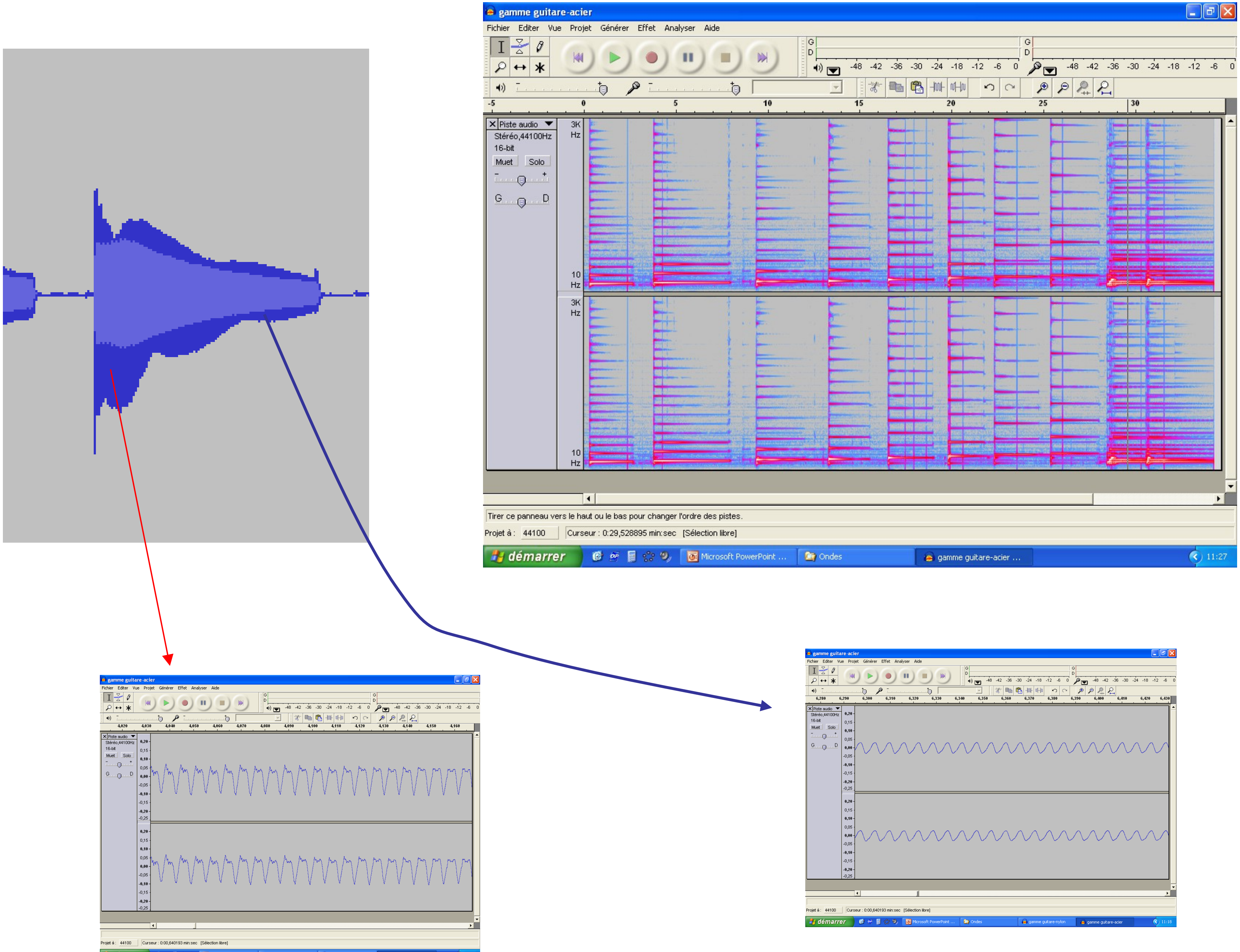




Au cours du temps la forme de la période évolue.

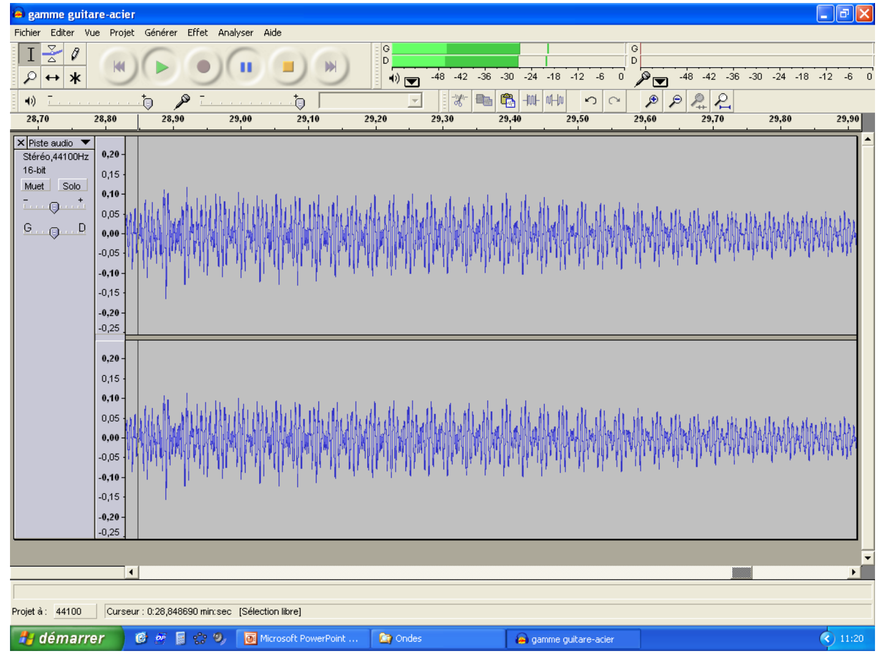


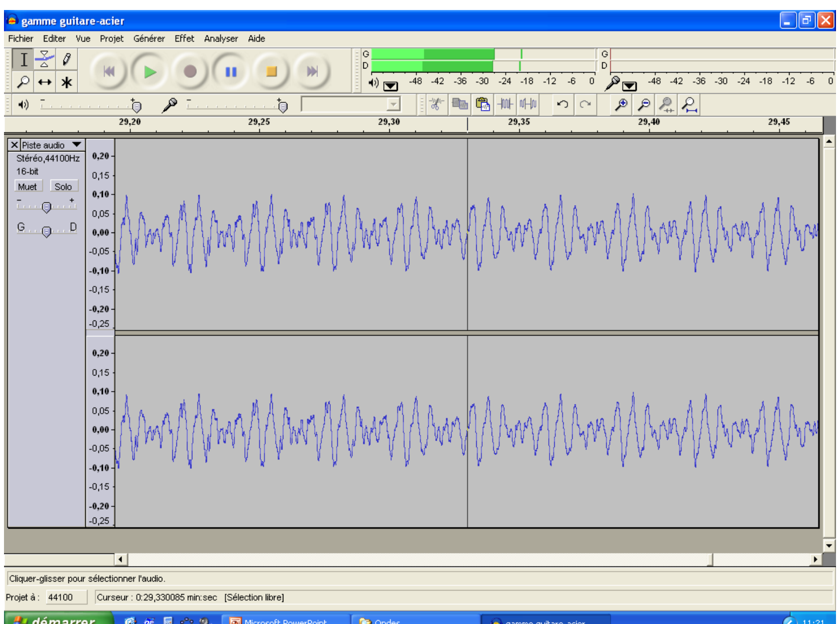



gamme guitare-acier
Fichier Editer Vue Projet Générer Effet Analyser Aide
Piste audio
Stéréo,44100Hz
16-bit
Muet Solo
3K Hz
10 Hz
Tirer ce panneau vers le haut ou le bas pour changer l'ordre des pistes.
Projet à : 44100 Curseur : 0:29,528895 min:sec [Sélection libre]
démarrer
Microsoft PowerPoint ...
Ondes
gamme guitare-acier ...
11:27

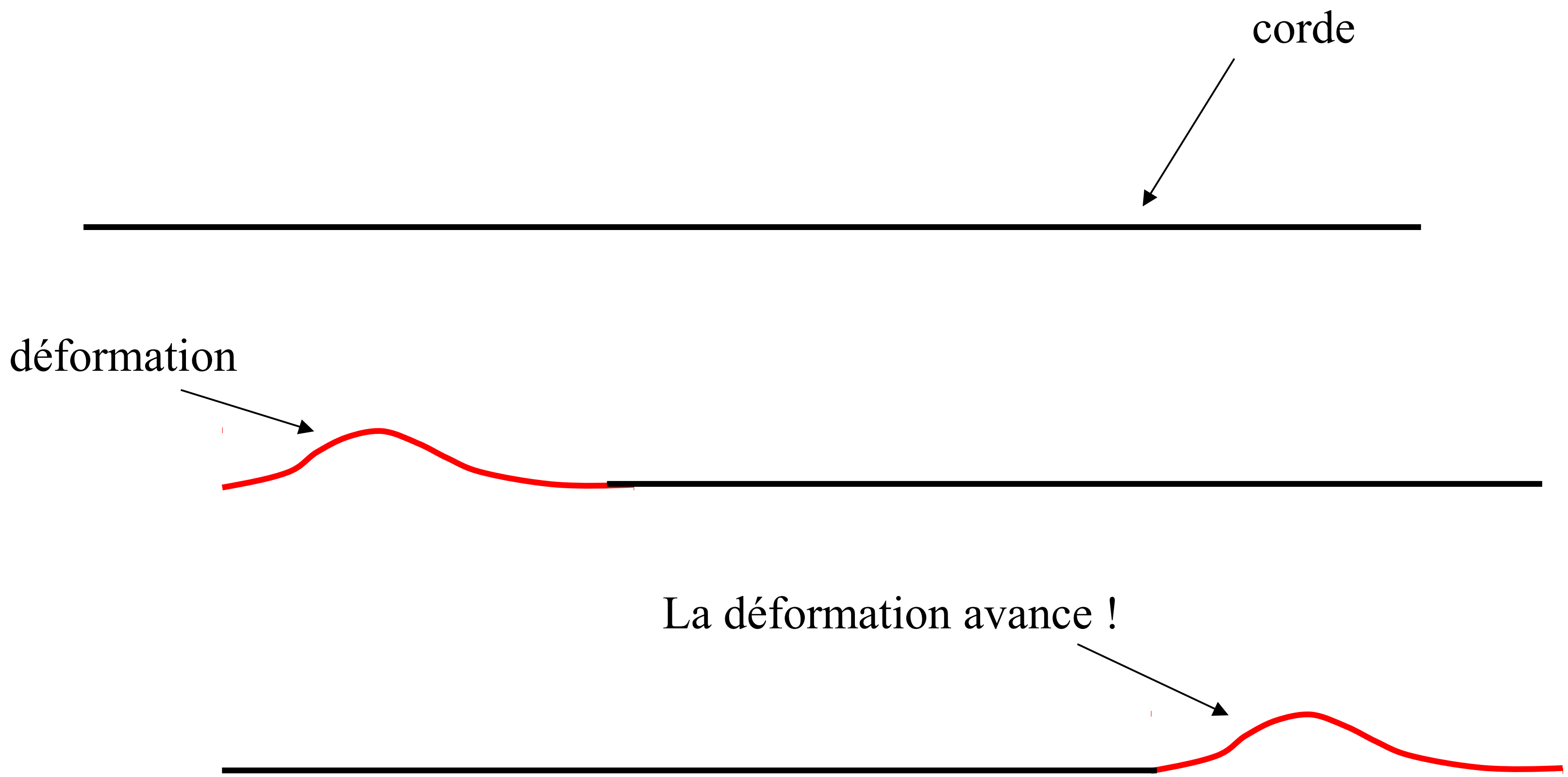
3. Accords

Lorsqu'on joue plusieurs notes simultanément le signal est complexe, la période est difficile à observer. On note l'existence de battements.





4. Pourquoi obtient des signaux périodiques ?



<u>Définition :</u>

Une onde est une déformation d'un milieu élastique qui se propage sans transport de matière.

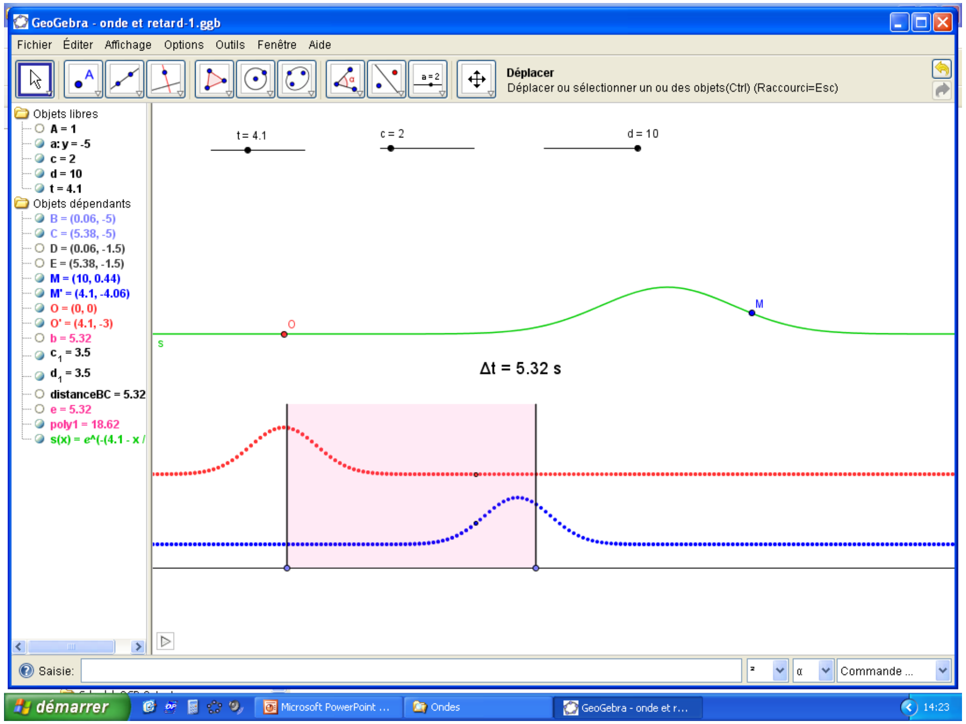
Simulation avec géogebra

$$c = \frac{d}{\tau}$$

$c(m/s) : célérité$

$d(m)$

$\tau(s) : retard$



On observe bien que les perturbations de M et O sont « identiques » mais décalées dans le temps.

On peut :

- Montrer que si d diminue le retard est plus petit
- Montrer que si c augmente la forme de la corde est modifiée, le retard également mais le mouvement de O et de M dans le temps restent identiques.

Aspect pratique

Considérons que le point de l'espace O subit une perturbation temporelle de la forme :

$$s(O,t) = A.e^{-t^2}$$

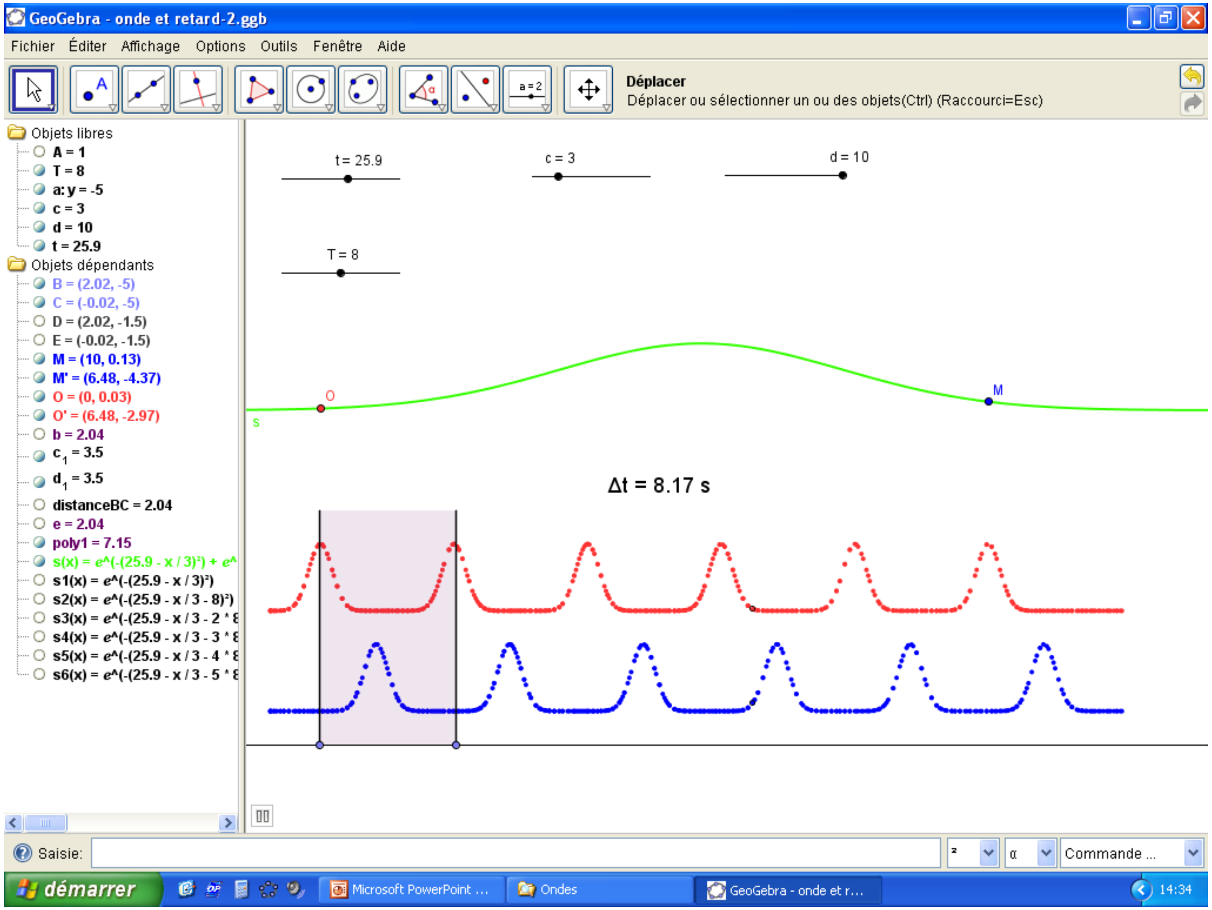
Cette perturbation se propage à partir de O vers un point M. Le point M subit donc la même perturbation mais avec un retard à cause du temps de propagation de l'onde. Nous avons donc :

$$s(M,t) = s(O,t-\tau)$$

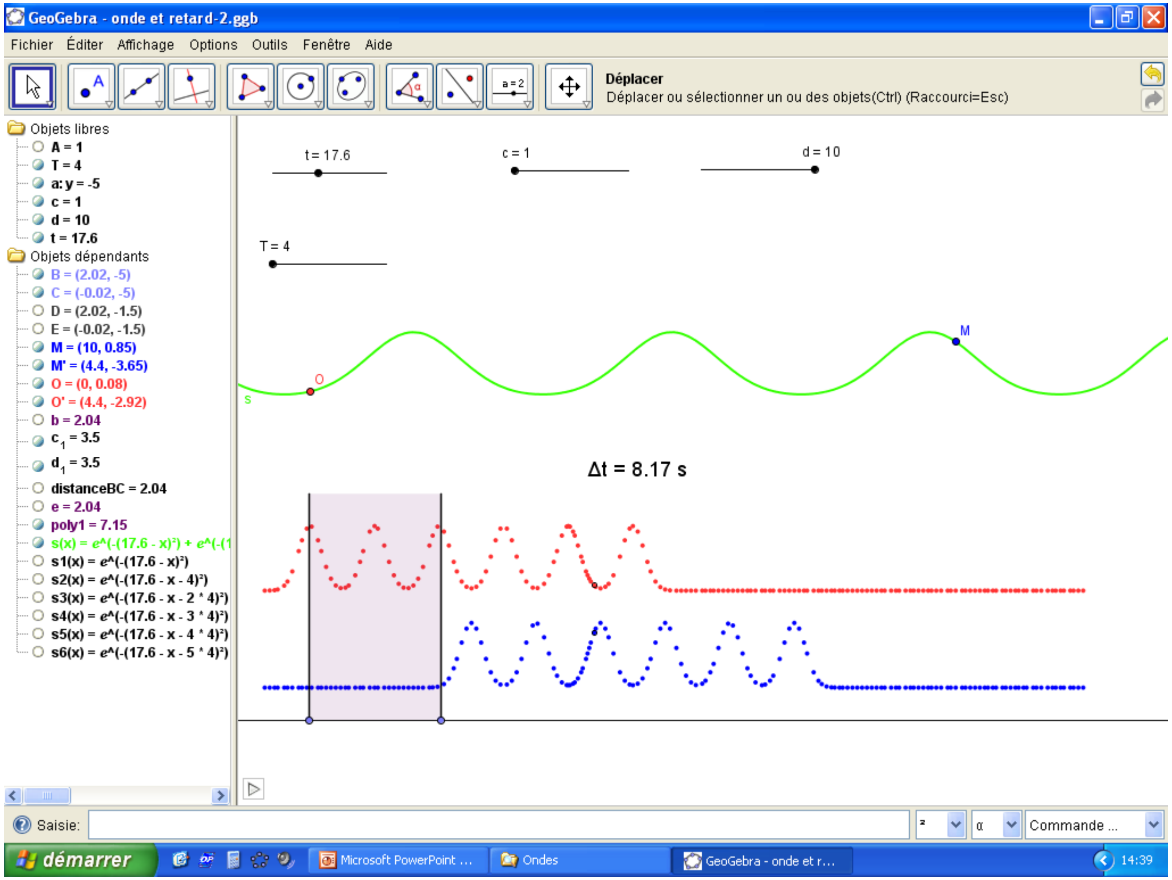
$$avec\,\tau = \frac{d}{c}$$

$$\Rightarrow \quad s(M,t) = A.e^{-(t-\frac{d}{c})^2}$$

Que se passe-t-il si la perturbation en O est périodique ?



Tous les points de la corde ont un mouvement périodique de même période que la période du mouvement en O.



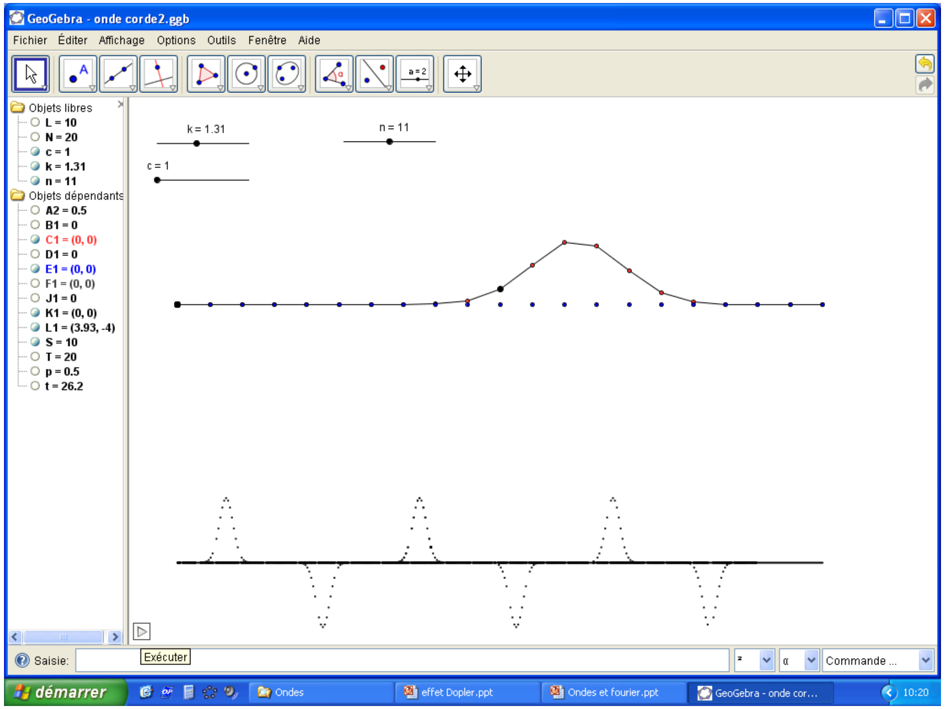
De plus il apparaît à la surface du milieu une période spatiale (que l'on appellera la longueur d'onde dans le cadre particulier d'une perturbation sinusoïdale) :

$$\lambda = c.T$$

Propagation d’un onde dans une corde avec deux extrémités fixes …

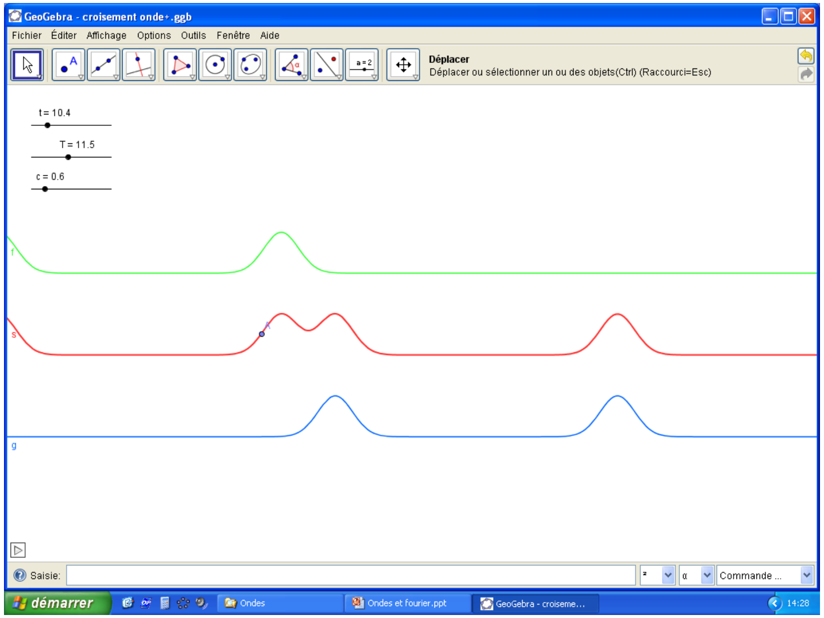
La réponse à la question posée est finalement assez simple :

La déformation de la corde que l’on crée lorsqu’on la frotte ou qu’on la pince va se **réfléchir** sur les deux extrémités de la corde ce qui conduit à l’obtention d’un mouvement vibratoire périodique pour chacun des points de la corde…



Examinons dans la suite ce qui se passe au moment de la réflexion de l’onde sur les extrémités fixes de la corde…

Superposition de deux ondes : interférences



Quand les deux ondes qui se croisent sont « opposées » il apparaît sur la corde des points fixes. Ceci permet d'expliquer le phénomène de réflexion d'une onde sur un point fixe…

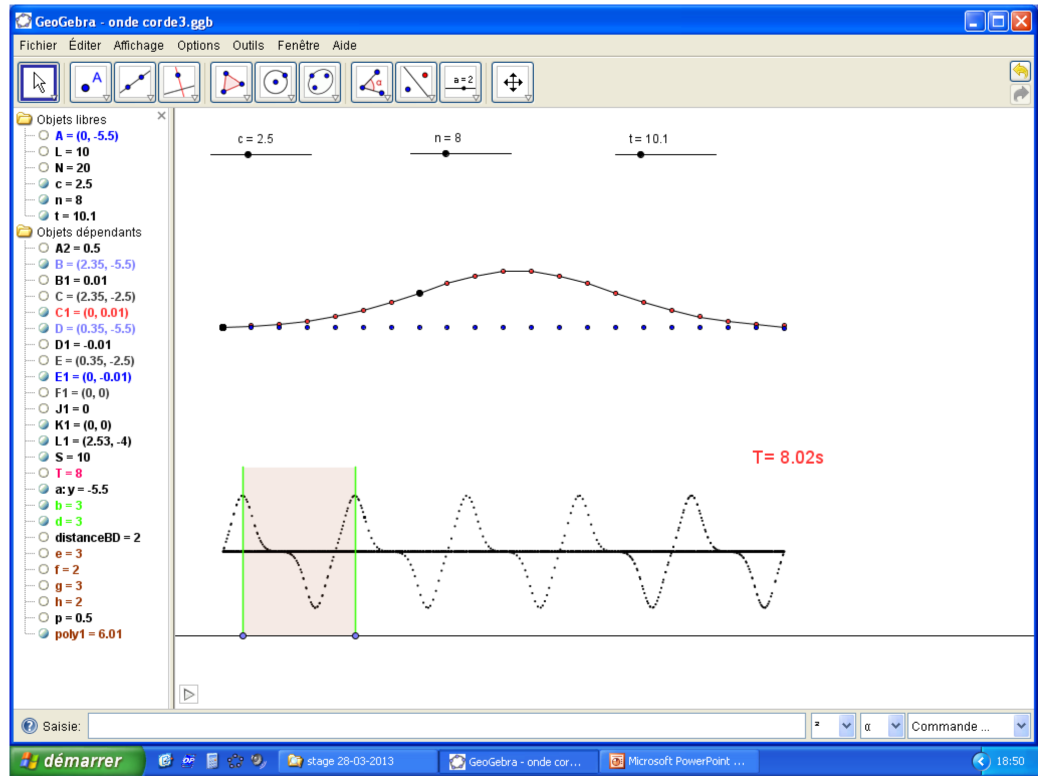
5. Réflexion de l’onde sur les extrémités de la corde

« Naturellement » les points de la corde ont un mouvement vibratoire périodique. Par ailleurs il est facile d’exprimer la période et la fréquence.

$$C = \frac{2L}{T}$$

$$T = \frac{2L}{c}$$

$$f = \frac{c}{2L}$$



On peut en déduire ce qui est facilement observable expérimentalement : une corde **plus courte et plus tendue** (c augmente avec la tension) émet un son **plus aigu** car de fréquence plus élevée.

6. Analyse de Fourier

Comment analyser ces signaux ?

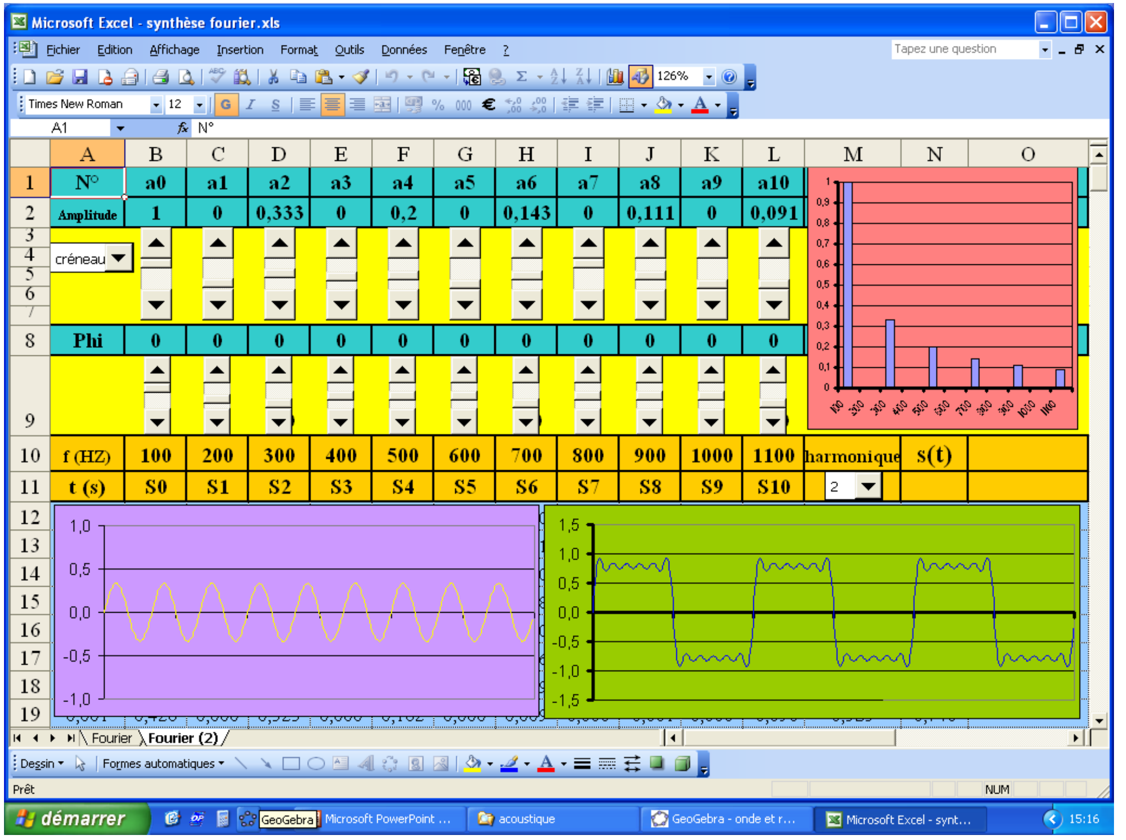
Fourier a l'idée d'écrire ces signaux comme une somme de signaux sinusoïdaux :

$$s(t) = \sum A_n \cos(2\pi \times nf \times t + \varphi)$$

Le premier terme de la série s'appelle **le fondamental** de fréquence f (égal à la fréquence du signal analysé)

Les termes suivants de la série sont les **harmoniques** de fréquence $f_n = nf$, avec n = 2, 3, 4, …

Les A_n sont les amplitudes des différents harmoniques. On peut alors les représenter sous la forme d'un diagramme spectral :



Construction de la gamme de pythagore

Note	Fréquence (Hz)	Harmonique
Do	**256**	fondamental
Ré	288	
Mi	**324**	Tierce : n°5 : 324 = 5 × **256** / **4**
Fa	341,3	
Sol	**384**	Quinte : n°3 : 384 = 3 × **256** / **2**
La	432	
Si	486	
Do	**512**	Octave : n°2 : 512 = 2 × **256**

Cycle des quintes :

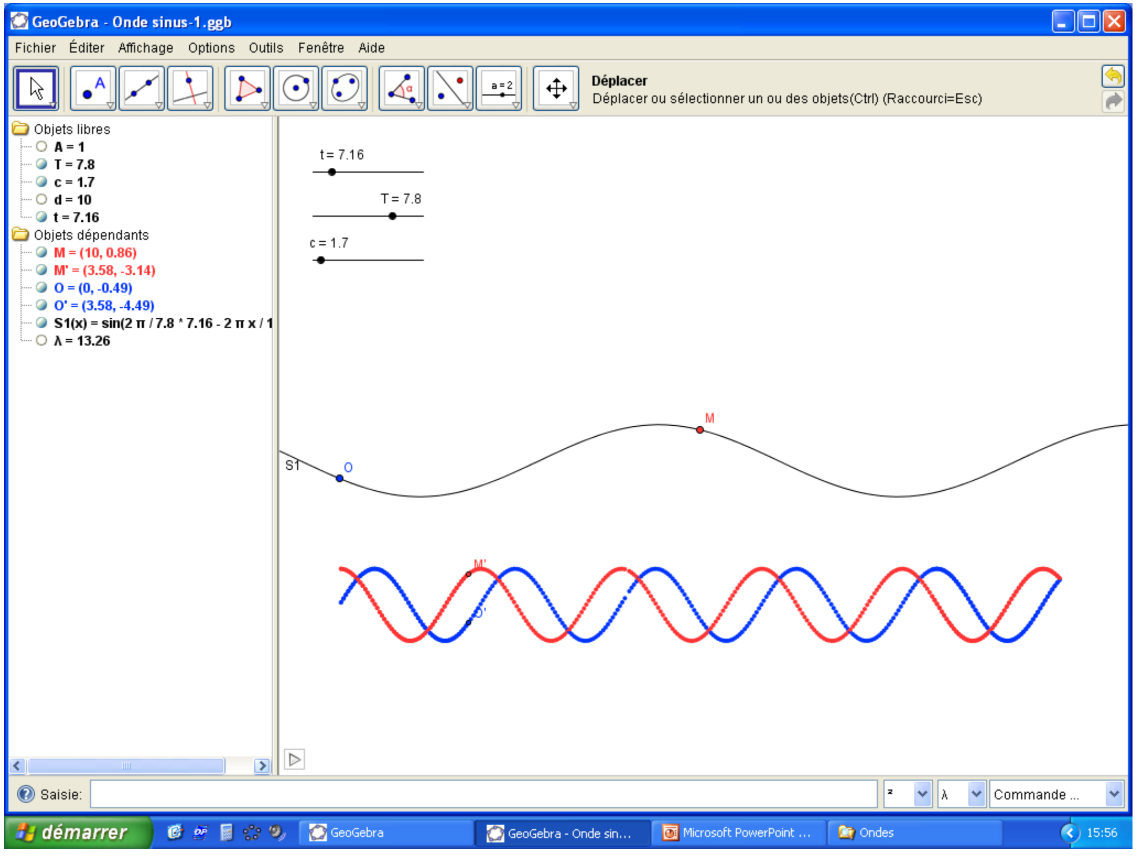
Do → Sol → Ré → La → Mi → Si → Fa# → Do#
→ Lab → Mib → Sib → Fa → Do

7. Ondes stationnaires

Définition :

Une onde est sinusoïdale si chaque point de la corde a un mouvement sinusoïdal en fonction du temps

$$\lambda = c.T$$

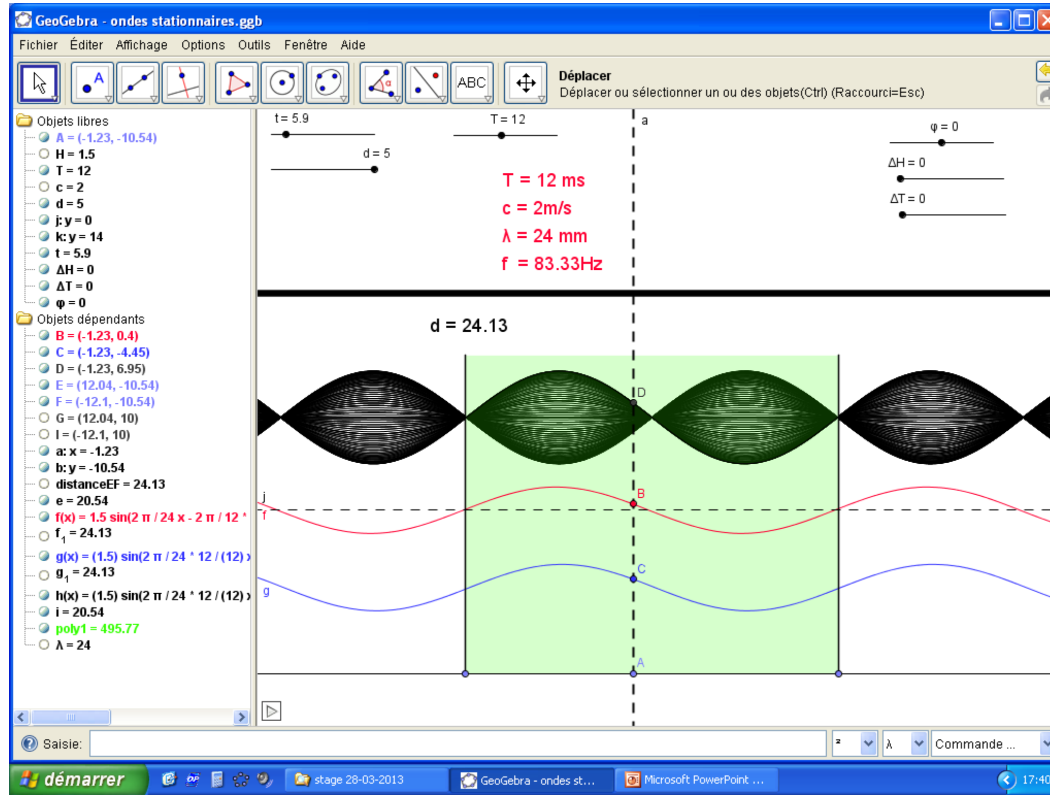


Lorsque deux ondes sinusoïdales se croisent …

Observation :

- Quand deux ondes sinusoïdales se croisent, on observent sur la corde des points fixes, appelés **nœuds**, séparés de **ventres** de vibrations.

- La largeur d'un ventre ou la distance entre deux nœuds est égale à λ/2.



Enfin plus la fréquence des vibrations est élevée et plus la longueur d'onde est petite :

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$f(x,t) = A\sin(\frac{2\pi}{T} - \frac{2\pi}{\lambda}x)$$: Onde progressive dans le sens x>0

$$g(x,t) = A\sin(\frac{2\pi}{T} + \frac{2\pi}{\lambda}x)$$: Onde progressive dans le sens x<0

$$h(x,t) = f(x,t) + g(x,t)$$

$$h(x) = 2A \times \underbrace{\sin(\frac{2\pi}{T}t) \times \cos(\frac{2\pi}{\lambda}x)}$$

Les variations temporelles et spatiales sont séparées, l'onde n'est plus progressive mais stationnaire.

Le cosinus s'annule avec une période spatiale $\Delta x = \lambda/2$

Les différents modes …

On retrouve ici les fréquences du fondamental et des harmoniques de la série de Fourier …

Avec les conditions aux limites : **les deux extrémités de la corde doivent être immobiles**, la longueur de la corde **L** doit être proportionnelle avec la longueur des ventres donc avec la longueur d'onde **λ**.

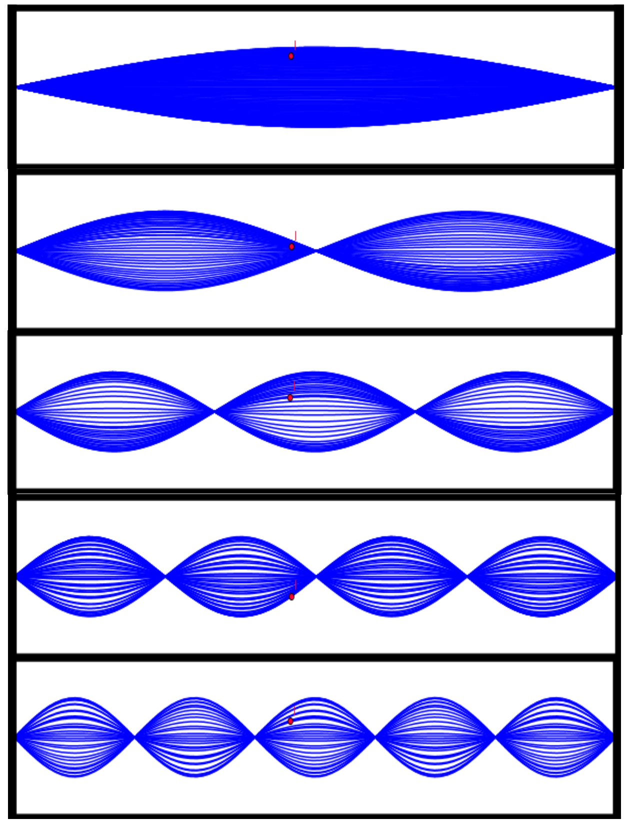
$$L = \frac{\lambda_1}{2} \qquad f_1 = \frac{c}{2L}$$

$$L = 2\times\frac{\lambda_2}{2} \qquad f_2 = 2\times\frac{c}{2L} = 2f_1$$

$$L = 3\times\frac{\lambda_3}{2} \qquad f_3 = 3\times\frac{c}{2L} = 3f_1$$

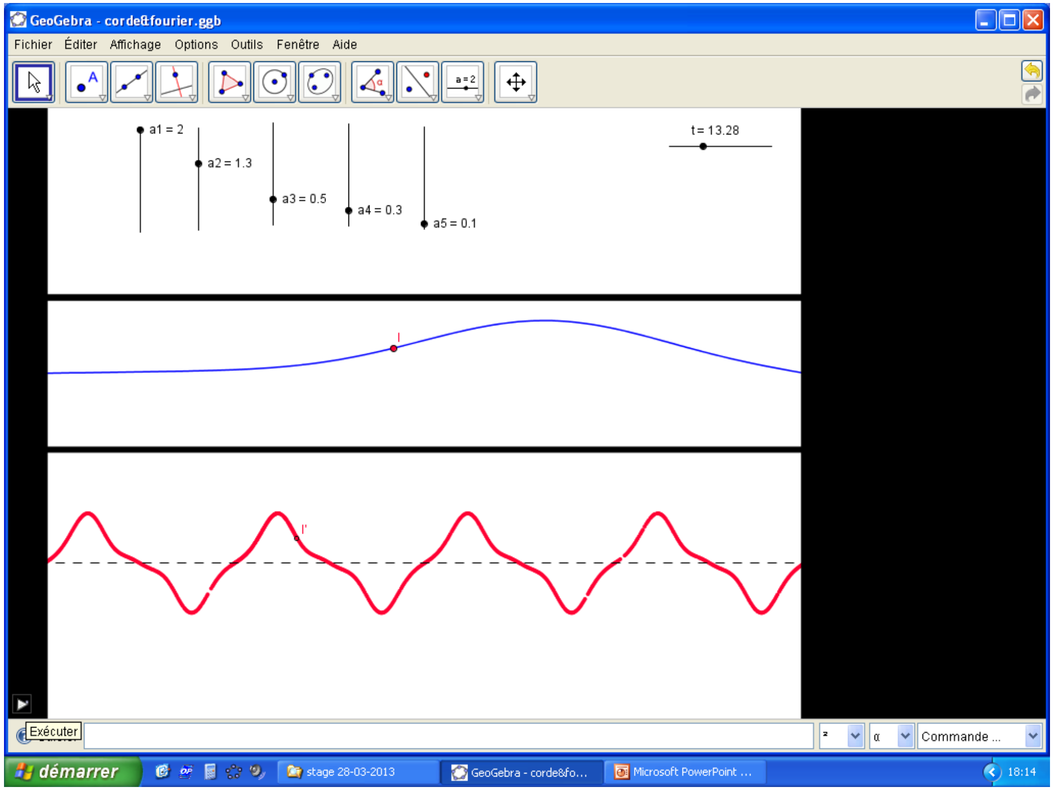
$$L = 4\times\frac{\lambda_4}{2} \qquad f_4 = 4\times\frac{c}{2L} = 4f_1$$

$$L = 5\times\frac{\lambda_5}{2} \qquad f_5 = 5\times\frac{c}{2L} = 5f_1$$



$$f = \frac{c}{\lambda}$$

8. Conclusion … la boucle est bouclée



On retrouve une onde progressive qui se propage dans la corde par **superposition d'ondes stationnaires** de fréquence $\mathbf{f_n = n \times f_1}$ avec : $f_1 = \dfrac{c}{2L}$