



Proposition de stage Master 2 :

Développement de Méthodes Éléments Finis non-conformes adaptées à la chirurgie assistée par ordinateur

Cadre

Encadrants :

- Michel Duprez (Chargé de Recherche Inria)
- Stéphane Cotin (Directeur de Recherche Inria, co-fondateur de SOFA)

Instituts :

- Équipe Inria MIMESIS (<https://mimesis.inria.fr>) spécialisée en simulations temps-réel pour le guidage intra-opératoire
- SOFA (www.sofa-framework.org) : consortium développant un logiciel libre de simulation temps réel à destination médicale

Domaines :

- Mathématiques
- Informatique

Localisation :

1, place de l'Hôpital
67000 Strasbourg – France

Contact :

michel.duprez@inria.fr

Contexte

Ces dernières années, les modèles numériques utilisant la **Méthode des Éléments Finis** (MEF) pour simuler les mécanismes des **tissus mous** du corps humain ont suscité un grand intérêt de la part de la communauté scientifique. Les modèles par MEF sont entre autres des outils qui contribuent au développement de dispositifs médicaux et ont également le potentiel d'améliorer les stratégies de planification et d'assistance chirurgicale. Dans le cadre de la **chirurgie assistée par ordinateur**, il est essentiel que les MEF utilisées soient:

- **temps-réel** : technologies utilisables en temps réel pendant l'opération
- **précises** : guider au mieux le chirurgien
- **patient-spécifiques** : la géométrie des organes diffère fortement d'un patient à l'autre et est souvent complexe

Objectifs du stage

Dans le cas par exemple de la quasi-incompressibilité, il est nécessaire d'utiliser des maillages hexaédriques afin d'éviter les phénomènes de *locking*. Il n'existe aucun mailleur 3D permettant de mailler n'importe quelle géométrie de manière hexaédrique. Afin de s'affranchir de la création de maillages, il est possible d'effectuer des simulations numériques sur un maillage non-conforme (qui ne coïncide pas avec le bord des organes) et de gérer les conditions limites par pénalisation, stabilisation ou à l'aide de multiplicateurs de Lagrange. Il existe déjà des MEF de ce type (cf. CutFEM [2, 3]), mais leur implémentation engendre des difficultés entre autres lors des calculs de quadrature. Dans une étude préliminaire [5, 4], nous avons développé une nouvelle approche s'affranchissant de cette difficulté, cette méthode baptisée ϕ -FEM utilise une fonction *Level Set* s'annulant au bord du domaine.

Dans le cadre de ce stage, avec l'aide de ces encadrants, l'étudiant sera amené à :

- **Comprendre** la méthode ϕ -FEM en question;
- **Adapter** celle-ci au cas des équations d'élasticité en tenant compte des bords libres et des bords fixes;
- **Prouver** la convergence de la méthode;
- **L'implémenter** sur ordinateur en python, puis au sein du logiciel SOFA;
- **Valider** la méthode sur des géométries d'organes et démontrer mathématiquement la convergence de la méthode.

Remarque : le stage sera plus porté sur les preuves mathématiques ou l'implémentation numérique selon les compétences de l'étudiant en mathématiques ou en informatique.

Outils mathématiques

Le projet fera appel à des notions liées aux **équations aux dérivées partielles** (équations élastiques, biomécanique), au **calcul scientifique** (conception et implémentation de schémas numériques de type éléments finis) et à l'**analyse numérique** de celles-ci (convergence vers la solution mathématique).

Outils informatiques

Dans un premier temps, l'implémentation de ces méthodes s'effectuera sous **python** à l'aide de la librairie Éléments finis *FEniCS* (<https://fenicsproject.org>). Nous réfléchirons ensuite comment incorporer cette technologie éléments finis au logiciel SOFA (<https://www.sofa-framework.org>, [1]) qui est spécialisé dans la simulation temps réel et l'aide à la chirurgie.

Suite potentielle du stage

Une thèse pourra faire suite à ce stage sur le même type de problématiques.

References

- [1] J. Allard, S. Cotin, F. Faure, P.-J. Bensoussan, F. Poyer, C. Duriez, H. Delingette, and L. Grisoni. Sofa-an open source framework for medical simulation. 2007.
- [2] E. Burman and P. Hansbo. Fictitious domain finite element methods using cut elements: I. a stabilized lagrange multiplier method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(41-44):2680–2686, 2010.
- [3] E. Burman and P. Hansbo. Fictitious domain finite element methods using cut elements: Ii. a stabilized nitsche method. *Applied Numerical Mathematics*, 62(4):328–341, 2012.
- [4] M. Duprez, V. Lleras, and A. Lozinski. *phi*-fem, a finite element method on domains defined by level-sets: the neumann boundary case. *arXiv preprint arXiv:2003.11733*, 2020.
- [5] M. Duprez and A. Lozinski. ϕ -FEM: a finite element method on domains defined by level-sets. *SIAM J. Numer. Anal.*, 58(2):1008–1028, 2020.